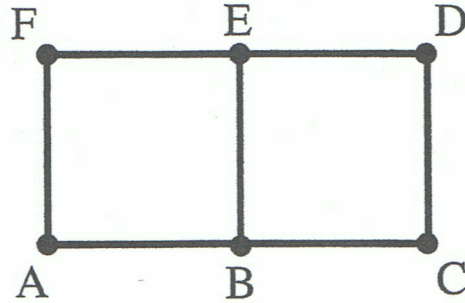


3

(30点)

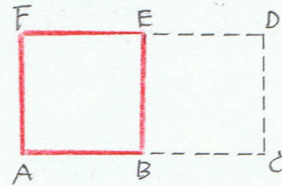
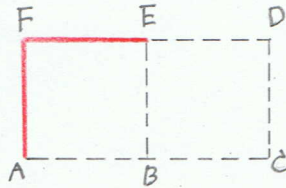
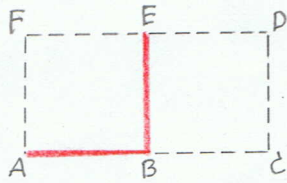
6個の点 A, B, C, D, E, F が下図のように長さ1の線分で結ばれているとする。各線分をそれぞれ独立に確率 $\frac{1}{2}$ で赤または黒で塗る。赤く塗られた線分だけを通して点 A から点 E に至る経路がある場合はそのうちで最短のもの長さを X とする。そのような経路がない場合は X を0とする。このとき、 $n = 0, 2, 4$ について、 $X = n$ となる確率を求めよ。



破線 ----- は赤でも黒でも任意とする。

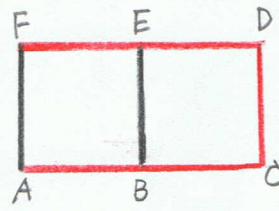
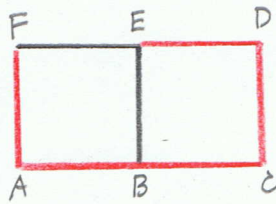
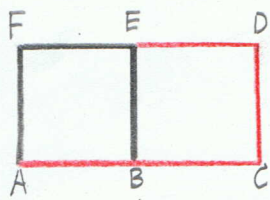
(ア) 最短の長さが $X=2$ の場合

左の2つの形のそれぞれに下図が含まれている。



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$$

(イ) 最短の長さが $X=4$ の場合



$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{128}$$

ABCDE

(ウ) 最短の長さが $X=0$ の場合

X のとり得る値は $0, 2, 4$ 以外ないので

$$1 - \left(\frac{7}{16} + \frac{3}{128} \right) = \frac{69}{128}$$